преобразования, аналогичные предыдущим. Оставшиеся $\mu_2^{'}$ столбцов перенесем в конец матрицы. Проделав такие же преобразования со всеми Lk, получим матрицу

$$\begin{pmatrix} B_1 & & & & & & & & & & & & & & & \\ & \ddots & & & & & & & & & & & & & & \\ & & B_1 & & & & & & & & & & & & & \\ & & & B_2 & & & & & & & & & & & & \\ & & & & \ddots & & & & & & & & & & & \\ & & & & & B_2 & & & & & & & & & & \\ & & & & & & \ddots & & & & & & & & & \\ & & & & & & & B_n & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \ddots & & & & & & & \\ & & & & & & & & & B_n & & & & & & \\ & & & & & & & & & & V_{11}^{'(11)} & \dots & V_{1\mu_1}^{'(11)} & \dots & V_{11}^{'(n1)} & \dots & V_{1\mu_n^{'}}^{'(n1)} \\ & & & & & & & & & & . & . & . & . & . & . & . \\ & & & & & & & & & & V_{\nu^{'}1}^{'(11)} & \dots & V_{\nu^{'}\mu_1}^{'(11)} & \dots & V_{\nu^{'}1}^{'(n1)} & \dots & V_{\nu^{'}\mu_n^{'}}^{'(n1)} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Здесь $\nu^{'} = \mu_1^{'} + \ldots + \mu_n^{'} + \tau$ и элементы остаточной матрицы

$$V_{ij}^{'(k1)} = \mathrm{L} \ldots \mathrm{L}\ {}_{k-1}^{\rho_{k-1}}\mathrm{L}\ {}_{k+1}^{\rho_{k+1}} \ldots \mathrm{L}\ {}_{n}^{\rho_n} V_{ij}^{(k1)} \quad (7)$$

Если бы все ρ_k были равны 0, то исходная матрица уже имела бы вид (6).

В виду того, что в (7) $j \le \mu_k^{'} < m_k$, то L$_k$ $V_{ij}^{'(k1)} = 0$. Значит столбцы остаточной матрицы - это участки решений моноциклических уравнений. Пусть среди $\mu_k^{'}$ всего s чисел, отличных от нуля. Обозначим их через $\mu_f^{'}$, $1 \le f \le s \le n$. Все решения $V_{ij}^{'(k1)}$, соответсвующие одному f, линейно независимы в силу леммы 2. $\nu^{'} = \sum_{k=1}^{m}(m_k - 1) + \sum_{f=1}^{s}\mu_f^{'} \ge \sum_{f=1}^{s}(m_f + \mu_f^{'} - 1) \ge \sum_{f=1}^{s} m_f$. Поэтому из леммы 7 параграфа 3 [1] следует, что все столбцы остаточной матрицы линейно независимы, т.е., что ее ранг равен $\mu_1^{'} + \ldots + \mu_n^{'}$. А ранг всей матрицы равен $\nu - \tau$. Теорема доказана.

Выводы

Доказана возможность конструировать ЛПτ - последовательность так, чтобы у направляющих матриц, соответствующих различным координатам ее точек, все угловые определители были равны I (mod 2). Это приводит к расширению класса дополнительных свойств равномерности ЛПτ - последовательностей.

Литература.

1. Соболь И.М. Многомерные квадратурные формулы и функции Хаара.// – Москва, Наука,. 1969, С. 288.

2.Соболь И.М. Точки, равномерно заполняющие многомерный куб. Москва, – Знание.1985. С. 125.

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ КУРСАНТОВ ДЕЙСТВИЯМ НАД МАТРИЦАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MS EXCEL

Паршин Анатолий Васильевич
кандидат физ.-мат. наук, профессор
ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», г. Воронеж
Репин Дмитрий Денисович
курсант
ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», г. Воронеж

INCREASING THE EFFICIENCY OF TRAINING CURSANTS ON ACTIONS ON MATRICES USING MS EXCEL

Anatoly Vasilievich Parshin
candidate of physical and mathematical sciences, professor
Military Research Center of the Air Force «Air Force Academy named after prof. N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin»Voronezh
Repin Dmitry Denisovich
cadet

Military Research Center of the Air Force «Air Force Academy named after prof. N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin»Voronezh

АННОТАЦИЯ

В дисциплине «Математика», преподаваемой в инженерно-технических вузах, выделяется ряд математических алгоритмов, отличительной особенностью которых является табличная форма их представления. Одними из них являются алгоритмы, позволяющие осуществлять действия над матрицами.

В статье обосновывается, что повышение эффективности обучения этим алгоритмам можно осуществить средствами табличного программного продукта MS Excel.

ABSTRACT

In the discipline "Mathematics", taught in engineering and technical universities, a number of mathematical algorithms are distinguished, a distinctive feature of which is the tabular form of their presentation. One of them are algorithms that allow you to perform actions on matrices.

The article substantiates that increasing the efficiency of teaching these algorithms can be carried out by means of the MS Excel spreadsheet software product.

Ключевые слова: табличная форма представления математических алгоритмов; табличный процессор MS Excel; ПЭВМ; видеосеть; эффективность.

Keywords: tabular presentation of mathematical algorithms; MS Excel spreadsheet; PC; video network; efficiency.

В статье [1] приведены результаты педагогического исследования по повышению эффективности обучения курсантов военных вузов алгоритмам, изучаемым в линейной алгебре (на примере вычисления определителей).

Следующие после определителей математические объекты, которые изучаются в линейной алгебре, – это матрицы. Матрицы и действия над ними образуют тот математический аппарат, без освоения которого сегодняшний первокурсник не сможет быть успешным в дальнейшем изучении как самой дисциплины «Математика», так и ее приложений.

В ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» этот аппарат изучается на практическом занятии «Действия над матрицами», включающем в себя следующие учебные вопросы:

1. Операции над матрицами.
2. Вычисление обратной матрицы.

Но перегруженность этого практического занятия рутинными вычислениями и крайний дефицит учебного времени являются значительной помехой в достижении дидактических целей. Это заставляет искать новые методические формы проведения занятия, которые позволили бы интенсифицировать его за счет автоматизации громоздких вычислений без ущерба для освоения курсантами соответствующих математических понятий и алгоритмов.

Так как учебные задачи, позволяющие освоить действия над матрицами, имеют табличную форму представления, то выдвигается гипотеза о том, что *автоматизация рутинных вычислений средствами табличного процессора MS Excel путем проведения занятия с использованием персональных ЭВМ, объединенных в видеосеть* [2]-[3], *приведет к повышению эффективности обучения курсантов действиям над матрицами.*

В этой статье приводятся результаты педагогического эксперимента, посвященного проверке данной гипотезы, включая сравнительный анализ возможностей конкурирующих программных продуктов MS Excel и
Derive 6 [4] по интенсификации проведения обсуждаемого занятия.

Как правило, при традиционной форме проведения занятия удается решить *пять* задач: три задачи по первому учебному вопросу, уделив главное внимание произведению матриц (вызывающему на первых порах затруднения у курсантов) и две задачи по второму учебному вопросу. При этом при вычислении обратной матрицы A^{-1} методом присоединенной матрицы из-за крайней громоздкости вычислений приходится ограничиваться рассмотрением матрицы третьего порядка. Задача вычисления A^{-1} для матрицы большей размерности требует рассмотрения метода элементарных преобразований, на что, к сожалению, не остается учебного времени.

На первом начальном этапе педагогического эксперимента экспертом (одним из соавторов) был решен комплект заданий тремя способами:

1) вручную (с использованием в необходимых случаях калькулятора);

1) с использованием компьютерной математической системы Derive 6;

2) с использованием электронных таблиц MS Excel;

Комплект состоял из следующих десяти заданий.

Вычислить линейную комбинацию матриц A и B:

$$1.1\ 3\cdot A + 2\cdot B,\ A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Найти произведение матриц:

$$1.2.\ \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 & -6 \\ 7 & 9 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$1.3.\ \begin{pmatrix} 5 & 3 & -6 \\ 7 & 9 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$1.4.\ \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -14 & 12 \\ 32 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найти A·B и B·A там, где это возможно:

$$1.5.\ A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 4 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$1.6.\ A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 & 4 \\ 6 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 9 & 0 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}.$$

Методом присоединенной матрицы найти матрицы, обратные заданным:

$$2.1.\ A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$2.2.\ A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}.$$

Методом элементарных преобразований найти матрицы, обратные заданным:

$$2.3.\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 7 & 6 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$2.4.\ \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & -4 & -2 & 5 \\ 6 & -2 & 3 & 6 \\ -1 & 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

Результаты первого этапа эксперимента приведены в таблице 1 и на рисунке 1.

Таблица 1

Время, затраченное экспертом на решение комплекта задач

№ задачи	t_B, мин	t_D, мин	t_E, мин	$\frac{t_D - t_E}{t_E} \cdot 100\%$	$\frac{t_B - t_E}{t_E} \cdot 100\%$
1.1	2.8	3.8	2.5	52	13
1.2	7.1	6.5	3.3	97	114
1.3	4.6	3.5	2.5	40	84
1.4	6.1	5.4	3.5	54	74
1.5	8.5	7.3	4.4	66	93
1.6	9.2	8.1	4.8	69	92
2.1	22.6	8.9	6.1	46	270
2.2	22.9	8.8	5.9	49	288
2.3	31.1	29.2	8.1	260	284

2.4	32.5	27.8	7.8	256	317
Всего	147.3	109.3	48.9	124	201

Здесь: t_B, t_D, t_E - время, затраченное экспертом на решение комплекта задач соответственно вручную, в среде Derive 6 и в среде MS Excel.

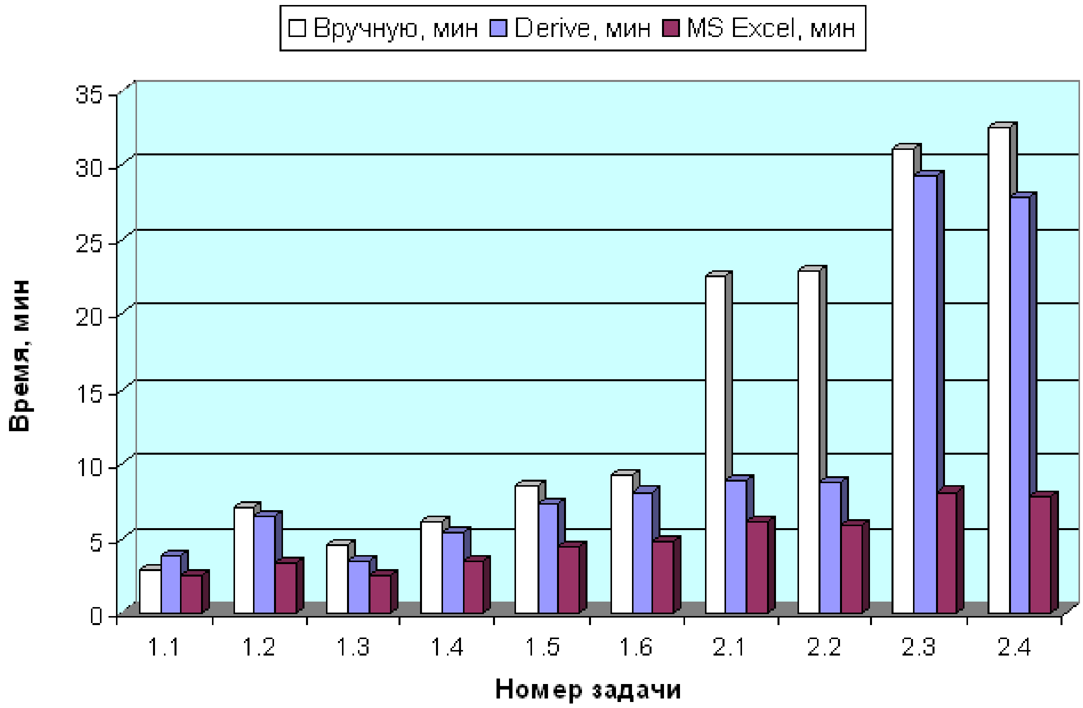

Рисунок 1. Время, затраченное экспертом на решение комплекта задач

Сравнительный анализ таблицы 1 и данных, представленных на рисунке 1, говорит о том, что применение как математической системы Derive 6, так и табличного процессора MS Excel для автоматизации вычислений дает значительный выигрыш в затратах учебного времени по сравнению с расчетами вручную (примерно в 1,4 и в 3 раза соответственно).

Но использование электронных таблиц MS Excel для автоматизации рутинных вычислений при освоении действий над матрицами дает значительно больший выигрыш в затратах учебного времени по сравнению с системой Derive 6 (более чем в 2 раза). Следовательно, в качестве программного обеспечения обсуждаемого занятия предпочтительнее выбрать табличный процессор MS Excel. Этот результат является ожидаемым, так как характер решаемых задач сохраняет те же преимущества MS Excel перед Derive 6, что и при вычислении определителей.

На решение всего комплекта из десяти задач с использованием табличного редактора MS Excel экспертом затрачено 48,9 минуты. Это позволяет предположить, что, используя возможности MS Excel, за 70 минут учебного времени число задач, решаемых на обсуждаемом практическом занятии, можно существенно увеличить (ориентировочно с 5 до 10 штук) и при этом рассмотреть такой важный метод вычисления обратных матриц, как метод элементарных преобразований (на примере матриц больших размерностей, чем 3х3).

Проверке этого предположения (гипотезы) посвящен второй проверочный этап педагогического эксперимента. На этом этапе в двух учебных группах, контрольной и экспериментальной было проведено практическое занятие «Операции над матрицами» соответственно по традиционной методике и с применением MS Excel. Курсантам был предложен описанный выше комплект заданий. В контрольной группе при проведении данного занятия без применения ПЭВМ, как и ожидалось, были решены пять задач (три задачи по первому учебному вопросу и две – по второму). При этом о методе элементарных преобразований преподавателю удалось дать лишь общее понятие, чтобы курсанты, по крайней мере, знали о существовании рационального способа вычисления A^{-1} для матриц больших размерностей. В экспериментальной группе (с применением MS Excel) 82% курсантов справились с десятью задачами предложенного комплекта.

Таким образом, предположение о том, что, используя возможности процессора MS Excel, число задач, решаемых на данном практическом занятии, можно удвоить и при этом рассмотреть метод элементарных преобразований вычисления обратной матрицы подтвердилось.

Итоговый (определяющий) этап педагогического эксперимента был проведен в форме проверки остаточных знаний курсантов контрольной и экспериментальной групп в конце семестра. Курсантам была предложена 45-и минутная самостоятельная работа, в которой требовалось выполнить следующие задания:

1. Установить, какое из произведений матриц $A \cdot B$ или $B \cdot A$ существует и вычислить его:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 1 & 7 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 4 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Методом присоединенной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 7 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ и сделать проверку, вычислив произведение $A \cdot A^{-1}$.

Результаты оценивания представлены в таблице 2 и на рисунке 2.

Таблица 2

Результаты контроля остаточных знаний

Оценка / Количество курсантов в группах	2	3	4	5	Средний балл
Контрольная группа (20 человек)	4 (20%)	10 (50%)	5 (25%)	1 (5%)	3,15
Экспериментальная группа (21 человек)	1 (5%)	7 (33%)	10 (48%)	3 (14%)	3,71

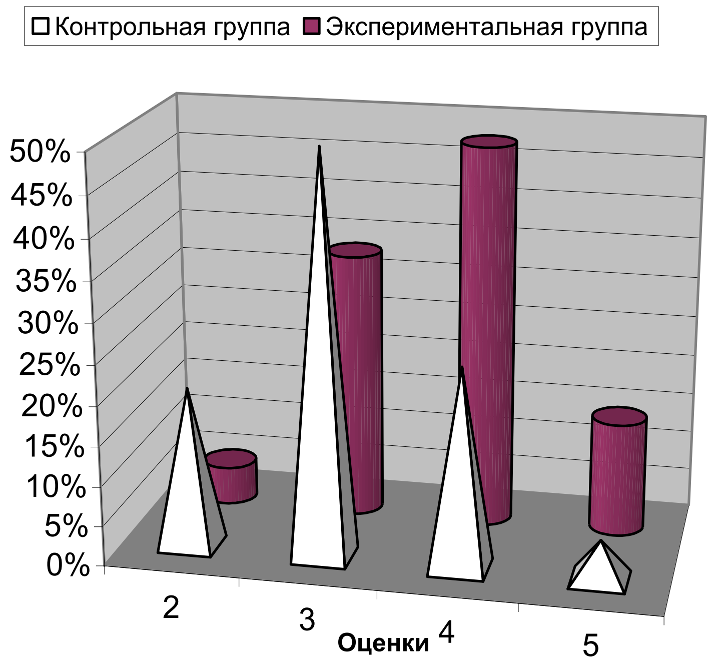

Рисунок 2. Результаты контроля остаточных знаний

В качестве количественной оценки эффективности предлагаемой методики проведения данного практического занятия используем коэффициент успешности $K_{ус}$ (процент положительных оценок) и коэффициент качества $K_{кач}$ (процент хороших и отличных оценок).

В соответствии с результатами итогового эксперимента получим:

для контрольной группы $K_{ус} = 80\%$, $K_{кач} = 30\%$;

для экспериментальной группы $K_{ус} = 95\%$, $K_{кач} = 62\%$.

Сравнение этих показателей позволяет сделать вывод, что гипотеза о повышении эффективности обучения курсантов операциям над матрицами за счет применения табличного процессора MS Excel подтверждается описанным выше педагогическим экспериментом.

Литература:

1. Паршин А.В. Повышение эффективности обучения курсантов математическим алгоритмам, представляемым в табличной форме // Ежемесячный научный журнал №55. Часть 3. – НАУ. – Екатеринбург, 2020. – С. 42-46.

2. Паршин А. В. Телекоммуникационная видеосеть на базе персональных ЭВМ и ее применение в образовательном процессе // Телекоммуникации. 2003. №6. С. 56-61.

3. Паршин А.В., Лебедев А.В. Опыт создания и использования телекоммуникационной видеосети в компьютерном классе // Телекоммуникации. 2013. №4. С. 48-57.

4. Паршин А.В., Гнездилов А.В., Лебедев А.В. Анализ возможностей математической системы Derive 6 по эффективной организации процесса обучения общим математическим и естественнонаучным дисциплинам в военном вузе. СРДР. Серия Б. Выпуск №75. – М.: ЦВНИ МО РФ, 2006. – 53 с.