

# ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 621

## ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ СТАРЕНИЯ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ СИСТЕМЫ АВТОМОБИЛЯ

**Баламирзоев Абдул Гаджибалаевич**

доктор технических наук,  
профессор кафедры «Экономика и управление»,  
ФГБОУ ВО «Московский автомобильно-дорожный государственный  
технический университет (МАДИ)», Махачкалинский филиал,  
г. Махачкала

**Селимханов Даниял Нажидинович**

канд. тех. наук,  
доцент кафедры «Автомобильный транспорт и дорожное хозяйство»,  
ФГБОУ ВО «Московский автомобильно-дорожный государственный  
технический университет (МАДИ)», Махачкалинский филиал,  
г. Махачкала

**Абдуллаев Абдулла Рафикович**

канд. тех. наук,  
ст. преподаватель кафедры «Автомобильный транспорт и дорожное хозяйство»,  
ФГБОУ ВО «Московский автомобильно-дорожный государственный  
технический университет (МАДИ)», Махачкалинский филиал,  
г. Махачкала

## SIMULATION MODEL OF AGING AND RECOVERY OF THE CAR SYSTEM

**Balamirzoev Abdul Hajibalaevich**

Doctor of Technical Sciences,  
Professor of the Department «Economics and Management»,  
«Moscow Automobile and Road State Technical University (MADI)»,  
Makhachkala branch,  
Makhachkala

**Selimkhanov Danijal Nazhidinovich**

Cand. of Tech. Sci.,  
Ass. Prof. of the Department «Automobile Transport and Road Management»,  
«Moscow Automobile and Road State Technical University (MADI)»,  
Makhachkala Branch,  
Makhachkala

**Abdullayev Abdulla Rafikovich**

Cand. of Tech. Sci.,  
senior lecturer of the «Automobile Transport and Road Management»,  
«Moscow Automobile and Road State Technical University (MADI)»,  
Makhachkala Branch,  
Makhachkala

### АННОТАЦИЯ

Имитационная модель – это компьютерная программа, позволяющая воспроизводить на ЭВМ поведение отдельных элементов системы и связей между ними в течение заданного времени моделирования.

Имитационная модель воспроизводит поведение сложной системы, элементы которой могут вести себя случайным образом. Модель описывает изменение ведущего параметра процесса, не стремясь к полному его отражению. Имитационная модель старения и восстановления автомобиля должна дать прогноз состояния среднего автомобиля, представляющего целый класс массовых длительного использования сложных машин, за весь срок его службы. В статье построена имитационная модель старения и восстановления автомобиля.

### ANNOTATION

A simulation model is a computer program that allows you to reproduce on a computer the behavior of individual elements of the system and the relationships between them during a given simulation time. The simulation model reproduces the behavior of a complex system whose elements can behave randomly. The model describes the change in the leading parameter of the process, without seeking to fully reflect it. The

simulation model of vehicle aging and recovery should provide a forecast of the condition of the average car, representing a whole class of mass long-term use of complex machines, for the entire life of its service life. The article builds a simulation model of aging and recovery of the car.

**Ключевые слова:** имитационная модель, сложная система, старение автомобиля, работоспособность.

**Keywords:** simulation model, complex system, vehicle aging, performance.

**Введение.** Единого мнения о причинах и механизмах старения нет. Любая из многочисленных гипотез старения может быть отнесена к одной из двух конкурирующих концепций, объясняющих причины и механизмы этого процесса с противоположных позиций.

В естественных науках часто справедлива тенденция — чем сложнее изучаемые системы или явления, тем проще могут быть модели, описывающие их основные свойства.

Под системой мы будем понимать машину в целом, например автомобиль.

Поставим задачу построить стохастическую (вероятностную) модель одновременно протекающих процессов старения и восстановления системы.

Имитационная модель описывает лишь отдельные, в каком-то смысле наиболее интересные стороны сложной системы. Степень совпадения свойств модели со свойствами реальных систем определяет уровень ее адекватности, а возможность использования свойств модели для изучения реальных систем — уровень ее полезности. Модель должна быть содержательна, а это значит, что она должна хорошо объяснять известные факты, выявлять новые, незамеченные явления и выдвигать перед исследователем новые проблемы.

Модель описывает изменение ведущего параметра (ведущих параметров) процесса, не стремясь к полному его отражению. Полное отражение сложного процесса столь же сложно, как и сам процесс. Модель должна быть по возможности простой.

Идея характеристики состояния сложной системы одним параметром очень старая. Пример такой характеристики (моделирования) — состояние человека и температура его тела. Температура — достаточно устойчивая характеристика состояния человека, хотя и далеко не полная. Это типичное моделирование (физическое), полезность его общеизвестна.

Аналогом такого моделирования для автомобиля является диагностика, позволяющая определить состояние конкретного автомобиля на данный момент и, может быть, дать прогноз его состояния (достаточно краткосрочный).

Имитационная модель старения и восстановления автомобиля должна дать прогноз состояния среднего автомобиля, представляющего целый класс массовых длительного использования сложных машин, за весь срок его службы. Если речь идет об автомобиле в целом или о достаточно сложной его составной части, характеристикой его "жизнеспособности", "жизнеспособности" является работоспособность.

Таким образом, желая моделировать автомобиль, мы будем строить характеристику его работоспособности. Состояние автомобиля (системы), как результат одновременно протекающих процессов его старения и восстановления, будем описывать (моделировать) обобщенным параметром — случайной функцией времени  $\Pi(t)$ , которую будем называть потенциалом работоспособности системы.

Функция  $\Pi(t)$  определяется на временном промежутке  $[0, t], T \leq \infty$ . При этом под временем  $t$  будем понимать не календарное время, а наработку, выраженную в соответствующих единицах. При таком подходе ремонтным воздействиям соответствуют моменты, а не промежутки времени, так как простой независимо от его причины не сопровождается ростом наработки.

### ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ СТАРЕНИЯ

Старение автомобиля — объективно существующий процесс. Хотя автомобиль — искусственное сооружение, он сделан человеком по его замыслу, но сделан из природных материалов (в основе всех, в том числе и синтетических материалов лежат природные исходные продукты) и его "жизнь" — эксплуатация — протекает в условиях окружающей природной среды, зачастую отягченных человеком. Не стареющий автомобиль принципиально невозможен.

Как же построить модель старения? Не описание, а именно модель.

Пусть  $y$  — обобщенный параметр (это еще не потенциал работоспособности), изменение которого характеризует общий процесс старения системы в результате совокупного воздействия всех факторов, порождающих этот процесс: изнашивания элементов системы, коррозии, усталости, структурных изменений и химических превращений в металлах и др. Каждый из этих факторов подчиняется определенным физическим закономерностям, однако сочетания их случайны и, следовательно,  $y$ , вообще говоря, является случайной функцией времени. Однако, поскольку мы изучаем поведение не конкретной системы (конкретного автомобиля), а средней системы из большого числа однотипных конкретных систем, имеется достаточно оснований допустить упрощающее предположение о детерминированности функции  $y = y(t)$ , описывающей состояние системы в процессе старения. Еще большее основание для этого дает принятое нами решение моделировать состояние системы функцией не календарного непрерывно текущего времени, а функцией наработки, что исключает влияние простоя.

Производная  $dy/dt$  — скорость процесса старения. Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$\frac{dy}{dt} = f[t, y'', x_1(t), \dots, x_m(t)], 0 \leq t < T, \quad (1)$$

где  $t$  — время (наработка), детерминированные функции  $x_1(t), \dots, x_m(t)$ , описывают влияние на общий процесс старения перечисленных выше частных факторов,  $T \leq +\infty$  — абсолютное время жизни системы.

Заметим, что если некоторая величина  $y > 0$  является характеристикой работоспособности системы, подвергающейся процессу старения, то она должна быть строго убывающей функцией наработки. Будем предполагать, что функция  $f$  — правая часть уравнения (1) — удовлетворяет условиям существования, единственности и продолжимости на интервал  $0 \leq t < T$  решения начальной задачи для этого уравнения. Если при этом

$$f[t, y'', x_1(t), \dots, x_m(t)] < 0 \text{ для } всех u \neq 0,$$

то положительные решения уравнения (1) монотонно убывают на интервале  $[0, T)$  и уравнение (1) естественно назвать общим уравнением старения.

Будем считать, в первом приближении, что правая часть уравнения (1) линейна по  $y$ , а совокупное воздействие всех процессов, порождающих старение системы, описывается одной функцией  $\varphi(t)$ , которую назовем *функцией затухания*. Тогда уравнение (1) примет вид

$$\frac{dy}{dt} + \varphi(t)y = 0, 0 \leq t < T, \quad (2)$$

относительно функции затухания  $\varphi(t)$  будем предполагать, что она непрерывна на интервале  $[0, T)$  и удовлетворяет условиям

$$\varphi(t) > 0, 0 \leq t < T, \int_0^T \varphi(t) dt = \infty. \quad (3)$$

Дифференциальное уравнение (2) при условиях (3) назовем *основным уравнением старения*.

Уравнение (2.2) определяет однопараметрическое семейство функций

$$y(t; c) = c \cdot \exp \left\{ - \int_0^t \varphi(u) du \right\}. \quad (4)$$

Соответствующие положительным значениям параметра  $c$  функции семейства (4) обладают свойствами:

- 1)  $y(t; c) > 0$  на  $[0, T)$ ,  $y(0; c) = c > 0$ ;
- 2) функции  $y(t; c)$  монотонно убывают на  $[0, T)$ ;
- 3)  $\lim_{t \rightarrow T} y(t; c) = 0$ ;
- 4) из  $c_2 > c_1 > 0$  следует  $y(t; c_2) > y(t; c_1) > 0$  для всех  $t$  из  $[0, T)$ .

Графики функций  $y(t; c)$ ,  $c > 0$ ,  $0 \leq t < T$  назовем *линиями старения*.

Через каждую точку  $(t_*, y_*)$ ,  $0 \leq t_* < T$ ,  $y_* > 0$  проходит, и притом единственная, линия старения.

Обращаем внимание читателя на то, что задача описания процесса старения поставлена в весьма общей форме. Действительно, если некоторая величина  $P > 0$  характеризует состояние системы, а система стареет, то естественно считать, что в процессе старения величина  $P$  монотонно убывает и к концу абсолютного времени жизни стремится к нулю. Именно такими свойствами обладают все положительные решения уравнения (2) независимо от выбора удовлетворяющей условиям (3) функции  $\varphi(t)$ .

Индивидуальные свойства функции затухания  $\varphi(t)$  определяют особенности течения процессов старения конкретных типов систем.

### ФОРМИРОВАНИЕ ПОТЕНЦИАЛА РАБОТОСПОСОБНОСТИ

Принадлежащее семейству (4) решение уравнения (2)

$$F(t) = y(t; 1) = \exp \left\{ - \int_0^t \varphi(u) du \right\} \quad (5)$$

назовем *формирующей функцией потенциала работоспособности системы*. В соответствии со свойством 3) функций семейства (2.4) для формирующей функции  $F(t)$  имеет место

$$\lim_{t \rightarrow T} F(t) = 0. \quad (6)$$

Если рассматриваемая система не подвергается ремонтным воздействиям, т. е. процесс старения системы не сопровождается процессом ее восстановления, то потенциал работоспособности системы естественно представить в виде

$$P(t) = P_0 F(t), 0 \leq t < T, \quad (7)$$

где  $P_0$  — потенциал работоспособности новой системы.

Процесс восстановления работоспособности системы моделируется как случайный процесс — последовательность ремонтных воздействий.

На временном промежутке  $(0, t)$  рассмотрим последовательность моментов времени — моментов ремонтных воздействий

$$\{t_k\}_{k=1}^{N_t}; t_1, t_2, \dots, t_{N_t}, \quad (8)$$

где  $N_t$  — число ремонтных воздействий на временном промежутке  $(0, t)$  — случайная величина.

Предположим, что  $c$  помощью диагностических средств точно определяется состояние системы в момент  $t_k$ , когда возникает потребность в ремонтном воздействии, и после выполнения ремонтных работ устраняются все

имеющиеся неисправности. Тогда вероятное состояние системы в будущем не будет зависеть от того, как реализовался процесс ее восстановления в прошлом и, следовательно, процесс восстановления можно моделировать как марковский процесс.

В соответствии со сказанным будем считать, что случайная величина  $N$  имеет пуассоновское распределение

$$P\{N_t = n\} = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}, \quad (9)$$

где  $\lambda$  — интенсивность потока ремонтных воздействий, отнесенная к единице времени.

Еще раз отметим, что многочисленные исследования подтверждают пуассоновский характер распределения потока заявок на ремонт.

Последовательность (8) моментов ремонтных воздействий — последовательность независимых случайных величин, равномерно распределенных на интервале  $(0, t)$ , и, следовательно, их плотность распределения

$$P_k = \Pi(t_k) - \Pi(t_k - 0) = c_k F(t_k) - c_{k-1} F(t_k), \quad c_k > c_{k-1} > 0, \quad (10)$$

влекущий за собой переход  $\Pi(t)$  с одной из линий старения на другую: большим значением параметра  $c$ . В (10)  $\Pi(t_k - 0)$  — предел слева

$$q(u) = \begin{cases} 0, & -\infty < u \leq 0, \\ \frac{1}{t}, & 0 < u \leq t, \\ 0, & t < u < +\infty. \end{cases}$$

Предполагается, что при каждой реализации рассматриваемого процесса случайные величины  $t_k$  занумерованы таким образом, что их реализации образуют монотонно возрастающую последовательность.

Состояние системы, подвергающейся ремонтным воздействиям, моделируется случайной функцией  $\Pi(t)$ , названной потенциалом работоспособности системы. На каждом интервале  $(t_k, t_{k+1})$  — в промежутке между двумя ремонтными воздействиями, соответствующая реализация функции  $\Pi(t)$  совпадает с одной из функций  $y(t; c)$  однопараметрического семейства (4). Результат ремонтного воздействия в момент  $t$  описывается как скачок потенциала:

функции  $\Pi(t)$  при  $t \rightarrow t_k$ . В соответствии с (10) каждая реализация функции  $\Pi(t)$  непрерывна справа на  $[0, T)$ .

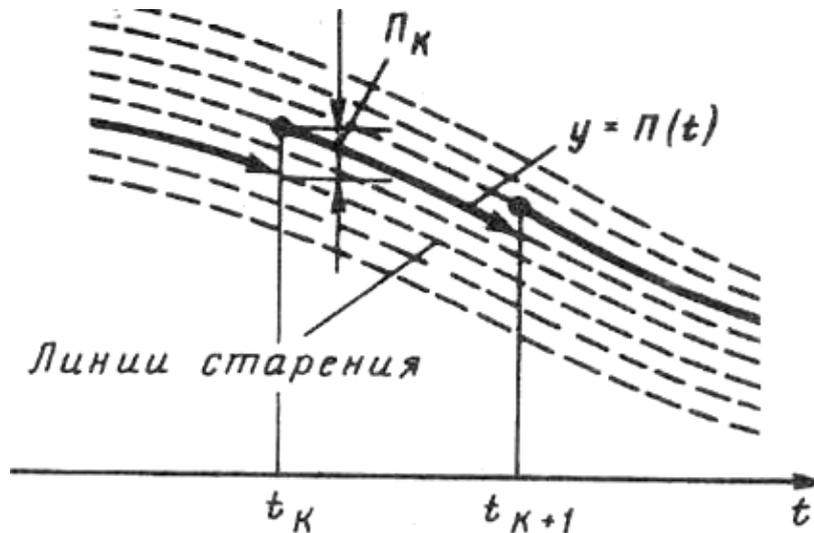


Рисунок 1.

На рис. 1 жирной линией показан график реализации случайной функции  $\Pi(t)$ ;  $t_k, t_{k+1}$  — моменты последовательных ремонтных воздействий; пунктирные линии — линии старения, графики функций семейства (4) — решений основного уравнения старения (2).

Соответствующая (8) последовательность скачков потенциала работоспособности системы в результате ремонтных воздействий  $\{\Pi_k\}$  —

последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин, принимающих положительные значения, с функцией распределения  $H(u)$ . Математическое ожидание и дисперсия скачков потенциала работоспособности системы определяются соответственно равенствами

$$M[\Pi_k] = \int_0^\infty u dH(u), \quad D[\Pi_k] = \int_0^\infty u^2 dH(u) - (M[\Pi_k])^2. \quad (11)$$

В соответствии со сказанным, потенциал работоспособности системы с формирующей функцией  $F(t)$  (5) назовем случайную

функцию  $\Pi(t)$ , для реализации которой имеют место представления

$$\Pi(t) = \Pi_0 F(t) + \eta(t) = \Pi_0 F(t) + \sum_{k=1} \Pi_k F_+(t, t_k), 0 \leq t < T, \quad (12)$$

где

$$F_+(t, t_k) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < t_k, \\ F(t)/F(t_k), & t_k \leq t < T, \end{cases} \quad (13)$$

— функция единичного скачка в момент  $t_k$ ,  $\Pi_0$  — потенциал работоспособности новой системы,  $t_k$  — точки последовательности (3.4) — моменты ремонтных воздействий,  $\Pi_k$  — соответствующие скачки потенциала работоспособности в результате ремонтных воздействий,  $N_t$  — число ремонтных воздействий на временном промежутке  $(0, t)$ .

В соответствии с (12) каждая реализация потенциала работоспособности системы обладает следующими свойствами:

1)  $\Pi(0) = \Pi_0$  — в начальный момент потенциал работоспособности равен потенциалу работоспособности новой системы;

2) первое слагаемое в (12) описывает детерминированный процесс "чистого старения", второе слагаемое отражает стохастический процесс восстановления работоспособности системы;

3) для любого момента  $t' \in (0, T)$  в силу (12) и (13)

$$\Pi(t) = c_{t'} F(t) + \sum_{k=N_{t'}+1} \Pi_k / F(t_k), t' \leq t < T, \quad (14)$$

где константа

$$c_{t'} = \Pi(t')/F(t') = \sum_{k=0}^{N_{t'}} \Pi_k / F(t_k), t_0 = 0,$$

$$\begin{aligned} \Pi(t) &= \sum_{k=0}^n \Pi_k F(t)/F(t_k) = \frac{F(t)}{F(t_n)} \sum_{k=0}^n \Pi_k F(t_n)/F(t_k) = \\ &= \frac{F(t)}{F(t_n)} \sum_{k=0}^n Y_{t_n}(k) \end{aligned}$$

- свойство аддитивности результатов ремонтных воздействий.

Заметим, однако, что непосредственное изучение реализаций (12) случайной функции  $\Pi(t)$  — потенциала работоспособности системы, мало эффективно. В каком-то смысле это напоминает попытку судить о состоянии автомобилей на напряженной городской магистрали, наблюдая за ними через окно. Даже более того, автомобилей мелкаст много, но по крайней мере конечное число, а возможных реализаций случайной функции  $\Pi(t)$  бесконечное множество. С другой стороны, имея в виду, что нас интересует не индивидуальный, конкретный автомобиль, а

и, следовательно, для каждой реализации потенциал работоспособности системы  $\Pi(t)$  при  $t' > t'$  не зависит от предыстории, от значений потенциала работоспособности при  $t' < t'$ ;

4) в силу (14) для любого  $t' \in (0, T)$ ,  $\Pi(t) = c_{t'} F(t)$ ,  $t_{N_{t'}} \leq t < t_{N_{t'}+1}$ ,

т. е. для каждой реализации на участке между двумя последовательными ремонтными воздействиями функция  $\Pi(t)$  совпадает с одной из функций семейства (4) (ее график совпадает с одной из линий старения), а при  $t = t_{N_{t'}+1}$  в соответствии с (10)

$$\Pi(t_{N_{t'}+1}) = c_{t'} F(t_{N_{t'}+1}) + \Pi_{N_{t'}+1}.$$

Таким образом, любая реализация случайной функции  $\Pi(t)$ , определяемая формулой (12), представляет собой кусочно-монотонно убывающую непрерывную справа функцию (см., например, рис. 3.1);

5) обозначим для фиксированного  $t$

$$Y_t(k) = \Pi_k F_+(t, t_k), k = 0, 1, 2, \dots, \quad (15)$$

и пусть  $N_t = n$ . Тогда на участке  $t_n \leq t < t_{n+1}$ ,

средний автомобиль (средняя система) представляющий большое число автомобилей (систем) рассматриваемого класса, естественно воспользоваться детерминированными характеристиками случайной функции  $\Pi(t)$  — ее математическим ожиданием и дисперсией.

Для определенного формулой (12) потенциала работоспособности системы:

математическое ожидание

$$\bar{\Pi}(t) = M(\Pi(t)) = \Pi_0 F(t) + \lambda \bar{\Pi}_k \int_0^t \frac{F(t)}{F(u)} du, \quad (16)$$

дисперсия

$$D(\Pi(t)) = \lambda m_2 \int_0^t \left(\frac{F(t)}{F(u)}\right)^2 du. \quad (17)$$

Здесь в соответствии с (8)

$$\bar{\Pi}_k = M(\Pi_k) = \int_0^\infty u dH(u), \quad (18)$$

$$m_2 = \int_0^\infty u^2 dH(u) = D(\Pi_k) + (M(\Pi_k))^2, \quad (19)$$

где  $M(\Pi_k)$ ,  $D(\Pi_k)$  — соответственно математическое ожидание и дисперсия случайной величины  $\Pi_k$  — скачков потенциала работоспособности системы в результате ремонтных воздействий;  $\lambda$  — интенсивность потока ремонтных воздействий (9).

Полученные детерминированные соотношения, и в первую очередь (16), можно рассматривать в качестве имитационной модели одновременно протекающих процессов старения и восстановления системы. В уравнении (16) функция  $F(t)$  отражает характер старения моделируемой системы, величина  $\bar{\Pi}_k$  — интенсивность ремонтных воздействий на систему (произведение интенсивности потока ремонтных воздействий на среднюю величину скачка потенциала работоспособности системы в результате одного ремонтного воздействия).

#### Список литературы:

1. Авдеев М.В. Технологии ремонта машин и оборудования (по спец. 1509 «Механизация сельского хозяйства») / М.В. Авдеев, Е.Л. Воловик, И.Е. Ульман. — Москва : Агропромиздат, 1986. — 248 с.
2. Авдонькин Ф.Н. Оптимизация изменения технического состояния автомобиля / Ф.Н. Авдонькин. — Москва : Транспорт, 1993. — 349 с.
3. Анисимов В. Н. Молекулярные и физиологические механизмы старения. СПб.: Наука, 2003. 468 с.
4. Восстановление деталей автомобиля КАМАЗ / Р.А. Азаматов, В.Г. Дажин, А.Т. Кулаков, А.И. Модин ; под ред. В.Г. Дажина. — Набережные Челны : КАМАЗ, 1994. — 215 с.
5. Бондаренко Е.В. Методика размерного обоснования составных частей автомобильных двигателей при ремонте на основе обеспечения выходных параметров : дис. ... канд. техн. наук : 05.22.10 / Е.В. Бондаренко. — Оренбург, 1996. — 127 с.
6. Гамаюнов П.П., Баламирзоев А.Г., Игитов Ш.М. Моделирование прогнозирования показателей ремонтпригодности изделий // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. — 2019. — № 4 (6). — С.52-63.
7. Григорьев М.А. Износ и долговечность автомобильных двигателей / М.А. Григорьев, Н.Н. Пономарев. — Москва : Машиностроение, 1976 — 246 с.
8. Денисов А.С. Основы формирования эксплуатационно-ремонтного цикла автомобилей / А.С. Денисов. — Саратов : СГТУ, 1999. — 352 с.
9. Дехтеринский Л.В. Оценка ремонтпригодности двигателей : учеб. пособие / Л.В. Дехтеринский, В.П. Апсин, С.Б. Норкин. — Москва : МАДИ, 1987. — 55 с.
10. Конструирование двигателей внутреннего сгорания : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности «Двигатели внутреннего сгорания» направления подготовки «Энергомашиностроение» / Н.Д. Чайнов, Н.А. Ивашенко, А.Н. Краснокутский, Л.Л. Мягков; под ред. Н.Д. Чайнова. — Москва: Машиностроение, 2008. — 494 с.
11. Малаховецкий А.Ф. Повышение надежности турбокомпрессоров автотракторных двигателей путем снижения их теплонапряженности : дис. ... канд. техн. наук : 05.22.10 / А.Ф. Малаховецкий. — Саратов, 2004. — 116 с.
12. Митропольский А.К. Техника статистических вычислений / А.К. Митропольский. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Наука, 1971. — 571 с.
13. Моделирование процессов восстановления машин / В.П. Апсин, Л.В. Дехтеринский, С.Б. Норкин, В.М. Приходько. — Москва : Транспорт, 1996. — 311 с.
14. Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем / Н.Н. Моисеев. — Москва : Наука, 1971. — 424 с.
14. Молибошко Л.А. Компьютерное моделирование автомобилей : учеб. пособие для студентов специальности «Автомобилестроение» учреждений, обеспечивающих получение высшего образования / Л.А. Молибошко. — Минск: ИВЦ Минфина, 2007. — 280 с.
15. Обеспечение работоспособности турбокомпрессоров автотракторных двигателей : научное издание / А.С. Денисов, А.Т. Кулаков, А.Р. Асоян, А.А. Коркин. — Саратов : СГТУ, 2012. — 155 с.