

2015 г. : сб. материалов : в 3 т. – Новосибирск : СГУГиТ, 2015. – Т. 3. – С. 79-84.

2. Валерий Соболев Обучение трейдингу.- режим доступа к изд: <http://fortrader.org/learn/matematiceskoe-modelirovanie-veroyatnosti-prodolzheniya-trenda.html/>. 2012г.

3. А.П.Сгибов, Б.С.Трухачев, А.В.Носовский. Температурная компенсация ухода нуля мостового тензопреобразователя. - Приборы и системы управления N11, Изд-во Машиностроение 1975 год.

ПРИМЕНЕНИЕ ПАКЕТА MAPLE ДЛЯ РАСЧЕТА РЕБРИСТОЙ ПЛАСТИНЫ НА ПРОЧНОСТЬ С УЧЕТОМ ДИСКРЕТНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ РЕБЕР

Малинин Георгий Владиславович

Кандидат техн.наук, доцент

*Публичное акционерное общество «Туполев»
г. Москва*

APPLICATION OF THE MAPLE PACKAGE FOR CALCULATING THE RIBBED PLATE FOR STRENGTH, TAKING INTO ACCOUNT THE DISCRETE LOCATION OF THE RIBS

Malinin Georgy

Candidate of Sciences, associate professor

Public Joint Stock Company "Tupolev"

Moscow

DOI: [10.31618/NAS.2413-5291.2021.1.74.518](https://doi.org/10.31618/NAS.2413-5291.2021.1.74.518)

АННОТАЦИЯ

В данной работе представлен аналитический расчет напряженно-деформированного состояния ребристой пластины, подкрепленной перекрестной системой ребер жесткости. Расчет проведен методом Ритца с использованием математического пакета Maple.

ABSTRACT

This paper presents an analytical calculation of the stress-strain state of a ribbed plate supported by a cross system of stiffeners. The calculation was carried out by the Ritz method using the Maple mathematical package.

Ключевые слова: аналитические методы; метод Ритца; ребристые пластины; напряженно-деформированное состояние.

Keywords: analytical methods; Ritz method; ribbed plates; stress-strain state.

Введение

При проектировании новых конструкций инженеру требуется правильно определить напряженно-деформированное состояние отдельных элементов, входящих в состав проектируемой конструкции. Применение различных методов и подходов позволяет получить наиболее полную информацию о поведении конструкции при различных режимах силового воздействия. В настоящее время для расчетов конструкций широкого назначения применяют промышленные пакеты конечно-элементного анализа ANSYS, Nastran/Patran, Femap, Abaqus и др. Очень часто квалификация инженера определяется умением пользоваться одним или несколькими имеющимися на предприятии программными комплексами. Расчеты проводятся, с использованием громоздких подробных расчетных схем, создавая иллюзию правильности расчета. При этом обычно ограничиваются одной подробной расчетной схемой и одной расчетной сеткой. Большой объем информации затрудняет анализ полученных результатов, что, в конечном счете, приводит к ошибочным конструкторским решениям. Выход из создавшегося положения автор видит в применении различных расчетных схем и сеток, а также в использовании альтернативных численных и аналитических

методов. В настоящей статье приведён расчет конкретной ребристой пластины, подкрепленной ребрами в двух направлениях, аналитическим методом с применением математического пакета Maple. Конструкции, которые приводят к расчетным схемам в виде ребристых пластин, широко используются в авиастроении, судостроении и др. Особенность таких конструкций в авиастроении состоит в том, что ребра являются основными несущими элементами конструкции, которые воспринимают напряжения и деформации от изгиба, а обшивка, в основном, работает на сдвиг.

Основы применения аналитических методов к задачам такого рода строительной механики, были заложены русскими учеными С.П. Тимошенко, И.Г. Бубновым, П.Ф. Папковичем и др. В научной литературе известны три подхода для моделирования конструкции в виде ребристых пластин, схематически представленные на рисунке 1. В первом подходе, описанном в трудах И.Г. Бубнова, П.Ф. Папковича, С.П. Тимошенко и др. рассматривается взаимодействие пластины и ребра. Второй подход, рассмотренный в трудах Биргера И.А., Новожилова В.В., Губера М.Т. основан на так называемом «размазывании» ребер по поверхности пластины. В этом случае вместо ребристой пластины рассматривается

эквивалентная анизотропная пластина. Данный подход применим при значительном числе ребер вдоль обеих осей, эксцентриситет относительно поверхности пластины не учитывается. В третьем подходе рассматриваются континуальные модели с локальным учетом ребер жесткости на основе математического аппарата обобщенных функций.

В рамках данного подхода существуют работы, когда учитывается ширина ребер, а ребра и пластина моделируются по теории пластин [1, с.47], а также работы, в которых ребра представлены с помощью стержневой модели [2, с.32].



Рисунок 1. Подходы при моделировании ребристых пластин

Постановка задачи

Прямоугольная пластина $(0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b)$ нагружена равномерно распределенной нагрузкой $q(x,y)=q=10000$ Па и подкреплена ребрами жесткости, расположенными параллельно осям x и y по линиям $x=x_i, i=1,2,\dots,K_1=2; y=y_j, j=1,2,\dots,K_2=3$. (Рисунок 2). Будем учитывать только изгибные жесткости ребер, которые считаем постоянными.

Ребра жесткости – тавры (Рисунок 3): высота стенки $h_s=0,6$ м; толщина стенки $t_s=0,02$ м; ширина полки $t_p=0,03$ м, высота полки $b_p=0,35$ м. Размеры пластины в плане $a = 4$ м, $b = 4$ м. Материал – сталь: модуль упругости $E = 2,2 \cdot 10^{11}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, цилиндрическая жесткость $D = E \cdot h^3 / [12(1 - \nu^2)]$. Пластина жестко закреплена по контуру.

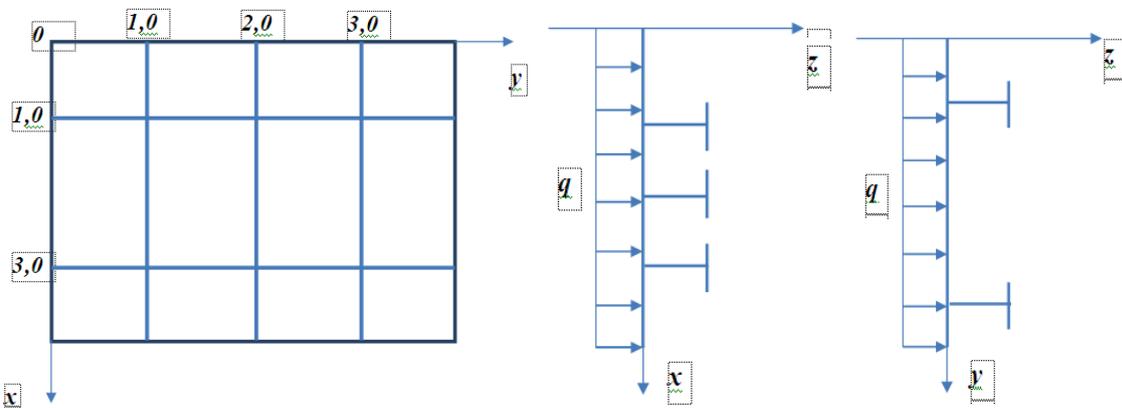


Рисунок 2. Схема ребристой пластины нагруженной распределенной нагрузкой

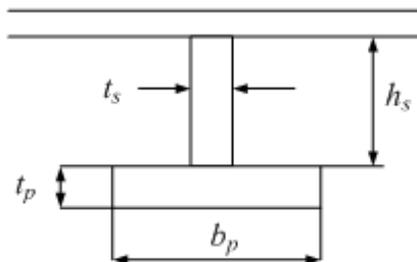


Рисунок 3. Тавровое сечение подкрепляющего элемента с эксцентриситетом относительно обшивки

Решение данного класса задач в системе Maple

Для решения поставленной задачи применим энергетический метод Ритца-Тимошенко. Решение

выполнено в системе аналитических вычислений Maple.

Полную потенциальную энергию деформации ребристой пластины можно представить в виде:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a D \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1-\nu) \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \right\} dx dy - \int_0^b \int_0^a q w dx dy + \sum_{i=1}^{K_1} \frac{E J_{1,i}}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \Big|_{x=x_i} dy + \sum_{j=1}^{K_2} \frac{E J_{2,j}}{2} \int_0^b \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \Big|_{y=y_j} dx \quad (1)$$

где E , ν – модуль упругости и коэффициент Пуассона; D – цилиндрическая жесткость; $J_{1,i}, J_{2,j}$ – жесткости ребер при изгибе, расположенных в направлениях $x = x_i$, $y = y_j$, соответственно; жесткости следует вычислять относительно

срединной поверхности пластины. В том случае если ребра имеют жесткость на кручение соизмеримую с жесткостью на изгиб, то к выражению полной потенциальной энергии деформации следует добавить выражения для энергии деформации кручения ребер:

$$\sum_{i=1}^{K_1} \frac{G J_{1,i}}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \Big|_{x=x_i} dy + \sum_{j=1}^{K_2} \frac{G J_{2,j}}{2} \int_0^b \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \Big|_{y=y_j} dx, \quad (2)$$

где $G J_{1,i}, G J_{2,j}$ – жесткости ребер при кручении, $G = E/[2(1+\nu)]$ – модуль сдвига. Если пластина

жестко или шарнирно закреплена по контуру, то функционал энергии упрощается и имеет вид:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a D \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right\} dx dy - \int_0^b \int_0^a q w dx dy + \sum_{i=1}^{K_1} \frac{E J_{1,i}}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \Big|_{x=x_i} dy + \sum_{j=1}^{K_2} \frac{E J_{2,j}}{2} \int_0^b \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \Big|_{y=y_j} dx. \quad (3)$$

Функцию $w(x, y)$, аппроксимирующую прогиб, в соответствии с граничными условиями жесткого закрепления представим в виде:

$$w(x, y) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N C_{i,j} (a-x)^2 (b-y)^2 x^2 y^2 x^{i-1} y^{j-1}. \quad (4)$$

Для получения достаточной точности по прогибам необходимо принять $M = 15$, $N = 15$ и количество значащих цифр после запятой равным 50. В этом случае система уравнений метода Ритца содержит 225 уравнений с 225 неизвестными. Время расчета полученной системы уравнений в

программе Maple на современном компьютере с высоким быстродействием занимает примерно 5 минут. Результаты аналитического расчета в системе Maple представлены на рисунках 4 – 7.

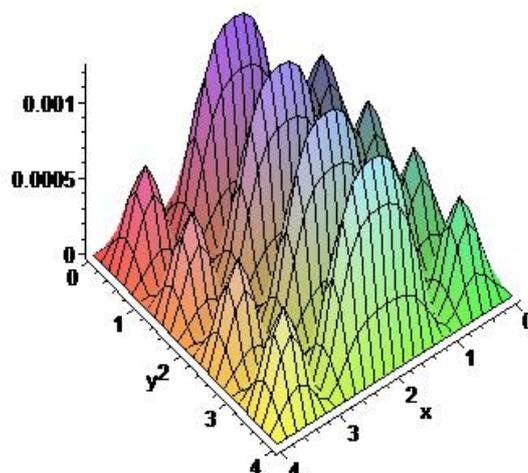


Рисунок 3. Пространственная эпюра прогибов w , м

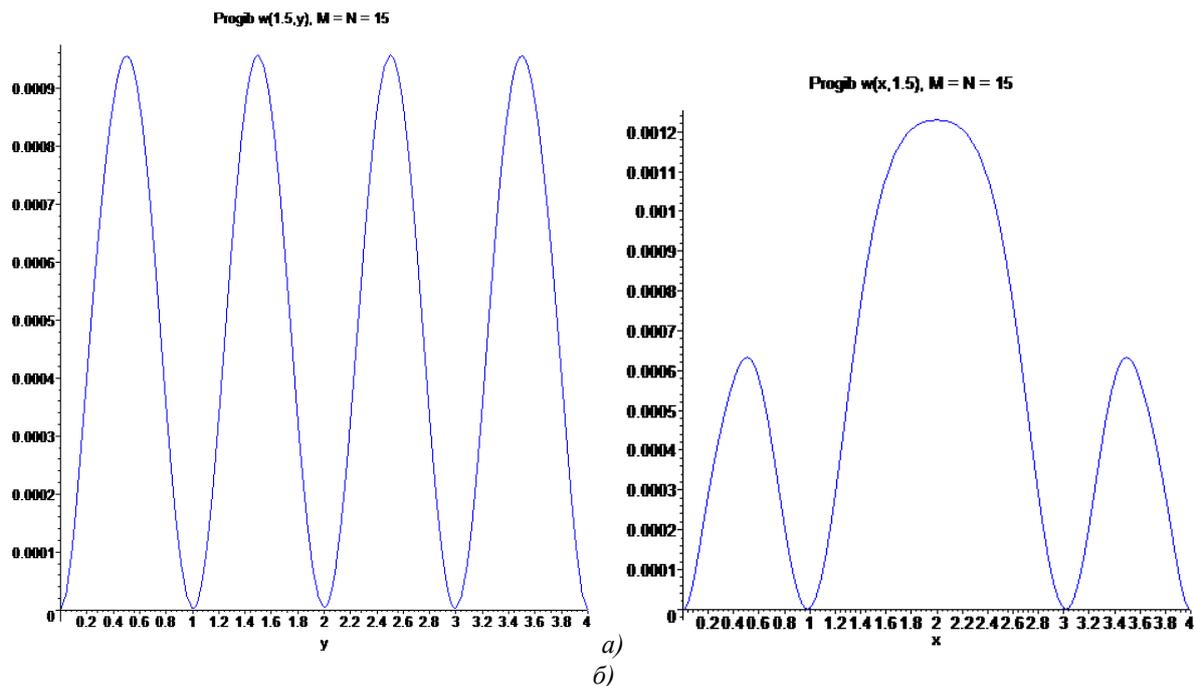


Рисунок 4. Прогибы w , м в сечениях: а) $x = 1,5$ м; б) $y = 1,5$ м

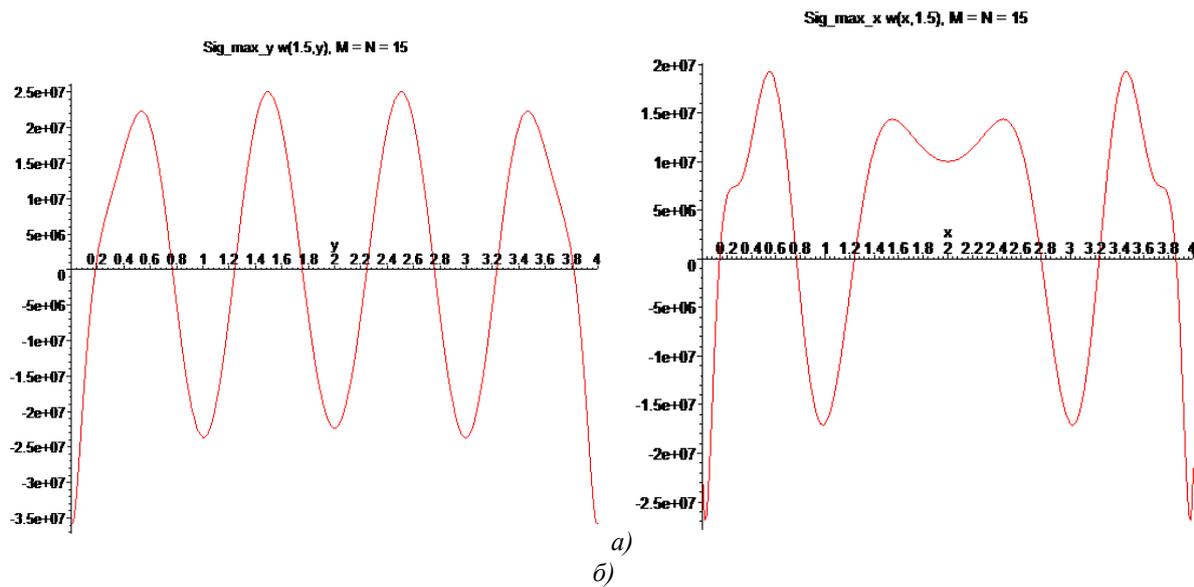


Рисунок 5. Максимальные напряжения в обшивке: а) σ_y , Па при $x = 1,5$ м,
б) σ_x , Па при $y = 1,5$ м

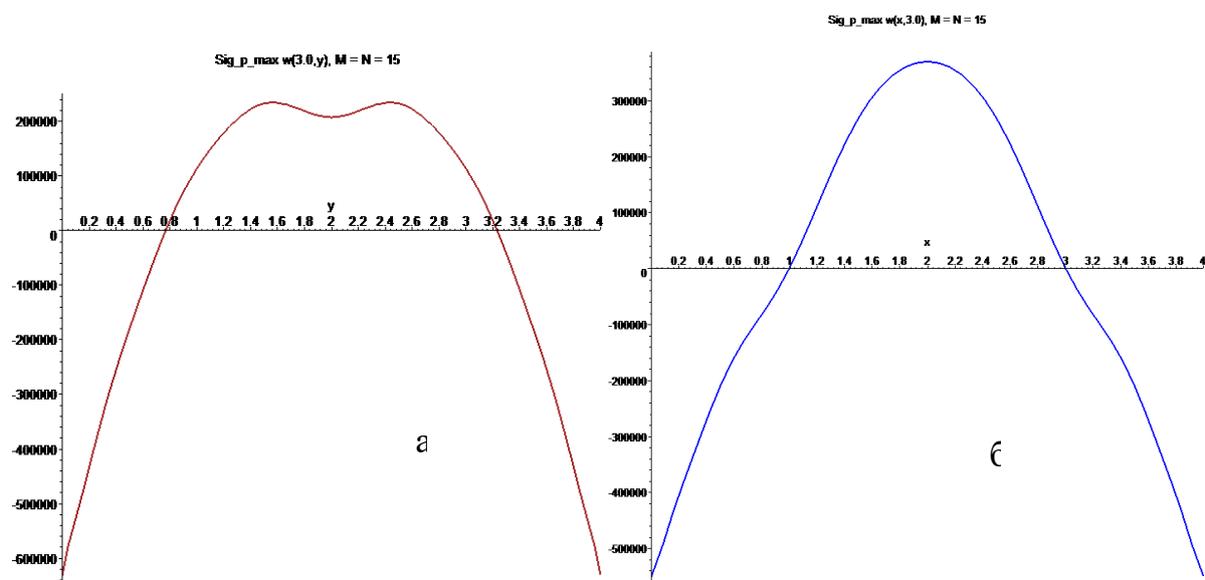


Рисунок 6. Максимальные напряжения σ_{max} , Па в ребрах: а) при $x = 3$ м, б) при $y = 3$ м

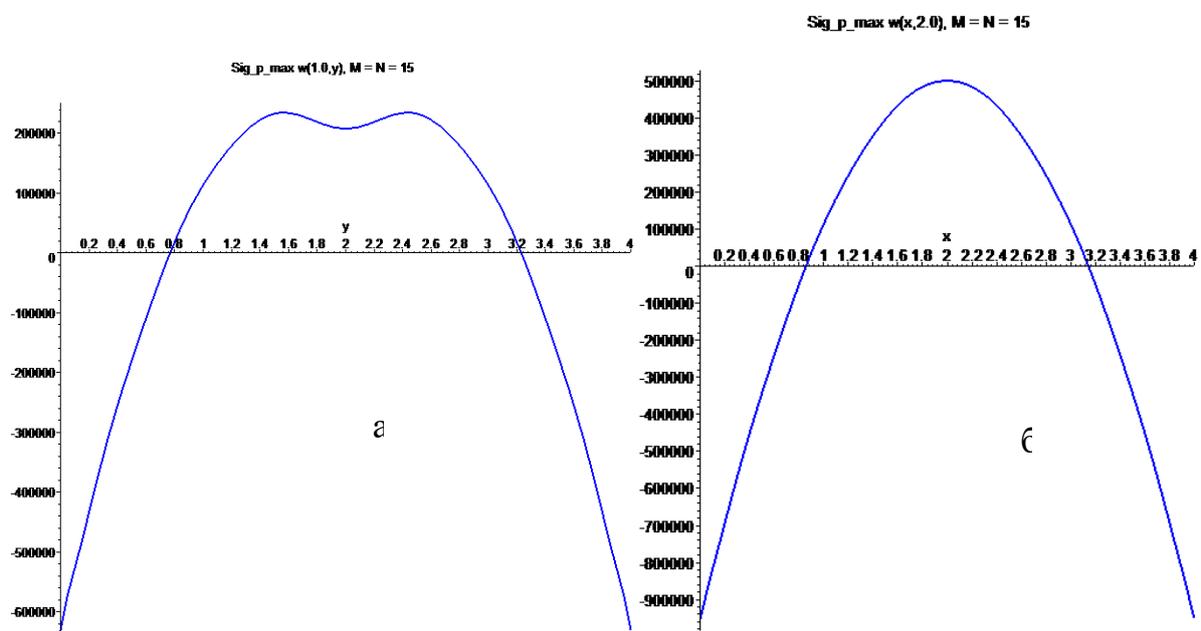


Рисунок 7. Максимальные напряжения σ_{max} , Па в ребрах: а) при $x = 1$ м, б) при $y = 2$ м

Выводы

Применение системы аналитических вычислений Maple эффективно для решения задач, аналитическое решение которых связано со значительными математическими трудностями. Maple имеет собственный язык программирования, отличающийся от других языков тем, что в нем уже реализованы многие алгоритмы, для программирования которых в других языках требуются десятки и сотни строк кода. Предлагаемая методика позволяет инженеру на этапе предварительного расчета и проектирования конструкции выявить особенности ее напряженно-деформированного состояния, такие как места концентрации напряжений, где необходимо

уменьшить размер конечно-элементной сетки при расчете в промышленных пакетах конечно-элементного анализа.

Литература:

Карпов В.В. Прочность и устойчивость подкрепленных оболочек вращения Ч.1. – Изд-во Физматлит, 2010г., 288 с.

Голосококов Д.П. Формализация на основе теории ребристых оболочек и численно-аналитические методы моделирования упругих тонкостенных конструкций нерегулярной структуры // Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук, Спб, 2001, 298 с.