# ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

## МОДЕЛЬ ТЕПЛООБРАЗОВАНИЯ ПРИ ДЕФОРМАЦИИ СРЕД С ВНУТРЕННИМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ

***Зимин Борис Александрович***
*Доцент Балтийского Государственного технического университета «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, кандидат физико-математических наук*
***Хитрина Александра Вячеславовна***
*студент Балтийского Государственного технического университета «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.*

## MODEL OF HEAT GENERATION DURING DEFORMATION OF MEDIA WITH INTERNAL STRESSES

***Zimin Boris Alexandrovich***
*Associate Professor of the Baltic State Technical University "VOENMEH" named after D.F. Ustinov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences*
***Khitrina Alexandra Vyacheslavovna***
*Student of the Baltic State Technical University "VOENMEH" named after D.F. Ustinov.*
DOI: 10.31618/NAS.2413-5291.2021.1.74.519

**АННОТАЦИЯ**

Проведены наблюдения за твердым телом, имеющего внутренние напряжения, данная модель позволяет описать диссипацию энергии при смене упругой стадии деформировании на пластическую. Отмечается зависимость тепловыделения от тепло физических свойств контактирующих структур.

**ANNOTATION**

Observations of a solid body with internal stresses have been carried out, this model allows us to describe the energy dissipation during the change of the elastic stage of deformation to the plastic one. The dependence of heat release on the heat physical properties of the contacting structures is noted.

**Ключевые слова:** внутренние напряжения, теплообразование при деформации, контактные тепловые возмущения.

**Keywords:** internal stresses, heat generation during deformation, contact thermal disturbances.

При различных технологических процессах обработки металлов происходит образование остаточных напряжений (внутренние, собственные [1]), которые обычно остаются в деталях после их изготовления. Одной из важных характеристик деформированного твердого тела является тензор деформации [2].

$$\varepsilon_{ij} = \hat{g}_{ij} - \mathring{g}_{ij} \ (1)$$

который вводится в результате сравнений двух состояний тела: данным, рассматриваемым $\hat{g}_{ij}$ и "начальным" $\mathring{g}_{ij}$. Существуют теории, в которых за "начальное" состояние принимается состояние, которое реально не осуществляется. Именно такой случай имеет место при затвердевании металла и в результате предварительной пластической деформации. Тогда, можно записать

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}{}' + \varepsilon_{ij}{}^{*} \ (2)$$

где $\varepsilon_{ij}{}'$ выражается через перемещение и удовлетворяет уравнениям совместности деформации, а $\varepsilon_{ij}{}^{*}$ -через перемещение не выражается и условиям совместности, вообще говоря, не удовлетворяет. Компоненты тензора $\varepsilon_{ij}{}^{*}$ описывают "начальное" деформированное состояние. Легко увидеть, что внутренняя метрика $\varepsilon_{ij}{}^{*}$ может быть евклидовой лишь при отсутствии внутренних напряжений [3]. Следовательно $\varepsilon_{ij}{}^{*}$, описывает несовместимость деформации и порождает внутренние напряжения [3].

Известно влияние остаточных (внутренних) напряжений на прочность при статических и динамических нагрузках [1], наличии внутренних напряжений нам неизвестен. В данной работе предлагается рассмотреть особенности теплообразования при деформации металлов с учетом внутренних напряжений.

Приближенное решение некоторых задач теплопроводности при контакте тел с различными теплофизическими свойствами.

Образование неоднородной (зернистой) структуры металлов при различных технологических процессах происходит различным образом. В основе их возникновения обычно лежат необратимые объемные изменения в материале. Поэтому в практике довольно часто встречаются задачи, связанные с расчетом теплопроводности в неоднородной среде. Решение таких задач, связанных со ступенчатым поведением коэффициента температуропроводности в зависимости от нагрева и остывания [1] сопряжено с большими трудностями. В связи с этим целесообразно рассмотреть приближенные методы решения уравнения теплопроводности, основанные на удовлетворении интегральных соотношений.

Процесс теплопроводности в материале описывается уравнением Фурье:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\gamma} \times \frac{\partial^2 T}{\partial \gamma^2}$$

Т-температура, λ-коэффициент теплопроводности, с- теплоёмкость материала, $\gamma$-плотность.

В качестве граничного условия будем рассматривать тепловой поток на стенке, то есть граничные условия второго рода. Для полуограниченного тела и постоянного теплового потока $q_\lambda$, идущего на нагрев материала, запишем приближенно профиль температуры в виде квадратичной параболы.

$$T - T_0 = \frac{q_\lambda}{\lambda} \frac{(\delta_\lambda - y)^2}{2\delta_\lambda} \quad (3)$$

$\delta_\lambda$- толщина прогрева материала, $T_0$- начальная температура материала, в дальнейшем будем полагать $T_0 = const = 0$.

Проинтегрируем (2) в пределах $0 \leq y \leq \delta_\lambda$ с учетом граничного условия:

$$q_\lambda = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} \int_0^{\delta_\lambda} T dy = \frac{q_\lambda}{\rho c} \quad (5)$$

Интегрируем по времени (5) и подставляем в (5) приближение (3), получаем:

$$\int_0^{\delta_\lambda} q_\lambda \frac{(\delta_\lambda - y)^2}{2\delta_\lambda} dy = q_\lambda t\alpha \quad (6)$$

Где $\alpha = \frac{\lambda}{\rho C_v}$ – коэффициент температуропроводности. Из (6) определяем толщину прогрева:

$$\delta_A = \sqrt{6\alpha t} \quad (7)$$

Таким образом, профиль температуры описывается выражением:

$$T(y,t) = \frac{q_\lambda}{\lambda} \frac{\left(\sqrt{6\alpha t} - y\right)^2}{2\sqrt{6\alpha t}} \quad (8)$$

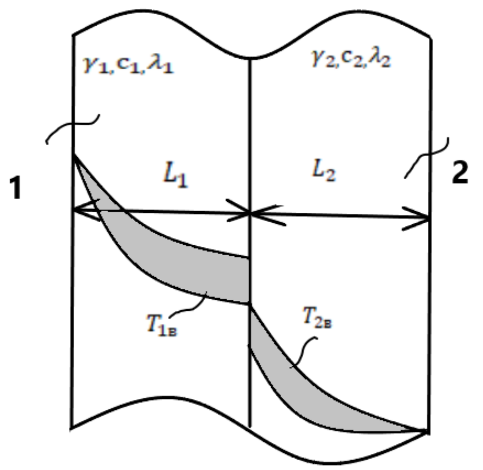
Точное решение такой задачи [4]

$$T(o,t) = 2\frac{q_\lambda}{\lambda}\sqrt{\frac{\lambda t}{\pi}} \quad (9)$$

Ошибка не превышает 9%, что приемлемо для прикладных задач.

Теперь рассмотрим процесс теплопроводности при наличии контакта различных материалов. Процесс теплопроводности в материале «1» не зависит от теплофизических свойств материала «2» и наоборот.

Рассматриваем контакт двух пластин конечной толщины с разными теплофизическими характеристиками (Рис. 1).




*(Рис. 1 Температурный профиль вблизи контактных поверхностей)*

Пусть функция распределения температуры в материале 1 $(0 \leq y \leq l_1)$ будет как у полуограниченного тела. Допустим, что граничные условия на стенке изменяются таким образом, что в некоторый промежуток времени Δt на линии контакта действует постоянный поток $q_\infty$.

Происхождение $q_\infty$ объясняется существованием внутренних напряжений $\delta^*$ в материале и коэффициентом трения f контактных плоскостей (Закон Кулона).

Тогда температура контактирующих поверхностей в конце промежутка времени Δt будет

$$\Delta T_1 = \frac{q_\lambda}{2\lambda_1}\sqrt{6\alpha_1\Delta t}$$

$$\Delta T_2 = \frac{q_\infty}{2\lambda_2}\sqrt{6\alpha_2\Delta t} \quad (10)$$

Из (10) следует, что при $\frac{\sqrt{\alpha_1}}{\lambda_1} \neq \frac{\sqrt{\alpha_2}}{\lambda_2}$ (11)

На линии контакта будет иметь место разрыв температур.

В действительности, конечно, разрыва температур не бывает. Следовательно, предположение о взаимной независимости теплопроводности при контакте различных материалов не верно, так как на линии контакта должны соблюдаться условия:

$$T_1 = T_2$$

$$\lambda_1\frac{\partial T_1}{\partial y} = \lambda_2\frac{\partial T_2}{\partial y} \quad (12)$$

Тогда представим температуру в окрестности линии контакта в виде суммы:

$$T_1 = T_{1\infty} - T_{1в}$$

$$T_2 = T_{2\infty} + T_{2в} \quad (13)$$

$T_{1\infty}$ , $T_{2\infty}$ температуры без учета взаимного влияния, подсчитываемые для полубесконечного пространства;

$T_{1в}$ и $T_{2в}$ – составляющие температуры, обусловленные взаимным влиянием материалов на теплопроводность (контактные возмущения).

Исходя из условий теплового баланса, необходимо чтобы соблюдалось равенство: (Рис.1)

$$-c_1\gamma_1\int_0^{L_1} T_{1в}dy + c_2\gamma_2\int_{L_1}^{L_1+L_2} T_{2в}dy = 0 \quad (14)$$

Отсюда следует, что температуры контактных возмущений должны иметь противоположные знаки (13), а тепловые потоки контактного возмущения $q_в$ равны и взаимно противоположны (Рис.1). Применительно к примеру (Рис.1) имеем

$$q_в = -\lambda_1\left(\frac{\partial T_{1в}}{\partial y}\right)_{L_1} = \lambda_2\left(\frac{\partial T_{2в}}{\partial y}\right)_{L_1} \quad (15)$$

Таким образом, учет взаимного влияния контактирующих материалов сводится к определению величины теплового потока контактного возмущения $q_в$. Из (10), (12), (13) получим:

$$\frac{(q_\infty - q_в)}{2\lambda_1}\sqrt{6\alpha_1\Delta t} = \frac{(q_\infty + q_в)}{2\lambda_2}\sqrt{6\alpha_2\Delta t} \quad (16)$$

Из (16) определим

$$q_в = q_\infty\frac{1-k}{1+k} \quad (17)$$

$$k = \sqrt{\frac{c_1\gamma_1\lambda_1}{c_2\gamma_2\lambda_2}} \quad (18)$$

Можно назвать k- коэффициент тепловой активности материала "2" по отношению к материалу “1”. Соотношение (17) получено при постоянстве теплового потока на линии контакта. Так как уравнение теплопроводности линейно, то полученное соотношение справедливо при любом законе изменения на контактной поверхности.

Из (17) следует, что величина теплового контактного возмущения зависит от соотношения теплофизических свойств материалов (контактирующих зерен различающимися внутренними напряжениями и т.д.)

При k=1, $q_в = 0$ – тепловых возмущений нет, материал теплофизически однороден.

При k<1, то $q_в > 0$ , это означает, что материал "2" оказывает на материал "1" охлаждающее действие.

При k=0- соответствует абсолютному охлаждению.

Если k>1, то $q_в < 0$ – в этом случае материал «2» оказывается теплоизолятором.

k=∞ соотвествует абсолютному теплоизоляторому. Тепловой поток на линии контакта будет равен нулю. Происходит полное отражение невозмущенного теплового потока от линии контакта с абсолютным теплоизолятором, и этот отраженный поток идет на нагрев материала "1". При $1 < k < \infty$ имеет место только частичное отражение, то есть часть тепловой энергии поступающей к контактной поверхности, идет на нагрев материала "2" путем теплопроводности.

**Литература**

1. И. А. Кунин. Теория упругих сред с микроструктурой. Издательство "Наука". М., 1975. 416 с. (рус.).

2. Л. И. Седов. Механика сплошных сред, том. 1. Издательство "Наука". М., 1973. 536 с. (рус.).

3. И. А. Биргер. Остаточные напряжения. Издательство Ленанда. М., 2015. 234 с. (рус.).

4. А.В. Лыков. Теория теплопроводности. Издательство "Высшая школа". М., 1967. 599 с. (рус.).